トランスーレイ凸性、平均増分費用、範囲の経済と劣加法性との関係

The Relations between Subadditivity, Trans−Ray Convex, Average Incremental Cost and Economies of Scope.

衣　笠　達　夫

Tatsuo Kinugasa

1．はじめに

Contestable Market 理論は Baumol 等によって開発された、新しいミクロ経済理論である。この Contestable 理論の特徴は費用関数の構造にあるが、その費用関数の性質のうち、重要なものの一つとして「劣加法性」があげられる。劣加法性の証明は Baumol 等によって既に行われているが、この Baumol 等の最近の証明法について筆者は若干の疑義を提案し（拙稿(1991a))、さらにトランスーレイ凸性を用いた劣加法性の別証明を行なった（拙稿(1991b))。そこではトランスーレイ凸性と平均増分費用の逓減性と範囲の経済の三つの性質を用いた。本稿では前稿の補完の意味で、トランスーレイ凸性と平均増分費用の逓減性と範囲の経済の三つの性質と、劣加法性との関係の再検討を行なう。

以下、次節で費用関数に関するいくつかの定義を行ない、視覚的に明らかなように二財モデルを用いてトランスーレイ凸性と平均増分費用の逓減性と範囲の経済の組合せの検討を行なう。３節では、前節で組み合わせたトランスーレイ凸性と平均増分費用の逓減性と範囲の経済と、劣加法性との関係を検討する。

2．二財モデルを用いた費用関数の補完特性

現実の公企業・公益事業は単一の財を生産しているわけではなく、複数の財を生産している例が多い。そこで前稿（拙稿（1991b)）と同様に、multiproduct cost function と呼ばれる多品種生産を表現する費用関数を導入する。

(1)　記号及び基本的定義

【定義１】記号の定義及び仮定

総費用関数	：	$C(\cdot)$
第 j 企業の第 i 生産物	：	$y_i^j\ (i=1,\cdots,N;\ j=1,2)$
企業数	：	2
生産物の種類	：	N
市場需要関数	：	$Y(\cdot)$
限界費用	：	$MC(\cdot)$
平均費用	：	$AC(\cdot)$

平成３年３月11日原稿受理

大阪産業大学　経済学部

【定義1】において$N=2$とすると次の二財モデルにおける劣加法性の定義が得られる。

【定義2】　二企業・二財モデルにおける費用関数の劣加法性

費用関数$C(\cdot)$において

$$C(y_1^1, y_2^1) + C(y_1^2, y_2^2) \geqq C(y_1, y_2) \tag{1}$$

ただし　$y_1 = y_1^1 + y_1^2$; $y_2 = y_2^1 + y_2^2$

が満たされていれば産出量水準y_1, y_2において劣加法的であるという。

次に平均増分費用と、費用の補完特性としてのトランスーレイ凸性と、範囲の経済の定義を行う。

【定義3】　増分費用(IC)および平均増分費用(AIC)

y_iのyにおける増分費用$IC(\cdot)$を次のように定義する。

$$IC_i(y) = C(y) - C(y_{N-i})$$

ただしここでyとy_{N-i}は次のようなベクトルである。

$$y_{N-i} = (y_1, \dots, 0, y_{i+1}, \dots, y_N)$$

$$y \quad = (y_1, \dots, y_i, y_{i+1}, \dots, y_N)$$

さらに平均増分費用$AIC(\cdot)$を次のように定義する。

$$AIC_i(y) - \frac{(C(y) - C(y_{N-i}))}{y_i}$$

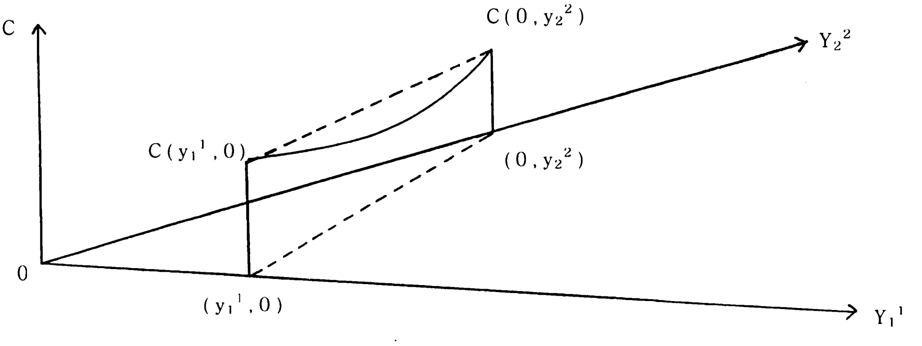
【定義4】　トランスーレイ凸性

図1のように示すとき、$(y_1^1, 0)$と$(0, y_2^2)$を結ぶ線分は$\lambda y_1^1 + (1-\lambda)y_2^2$（ただし$0 \leqq \lambda \leqq 1$）と表され、$C(y_1^1, 0)$と$C(0, y_2^2)$を結ぶ線分は$\lambda C(y_1^1, 0) + (1-\lambda)C(0, y_2^2)$で表される（上部の破線で示される）。ところでこれらy_1^1, y_2^2を一定の比率をもって、一つの企業で生産するときの費用関数の形状は$C(\lambda y_1^1, (1-\lambda)y_2^2)$で表現される（曲線で示される）。このとき

$$\lambda C(y_1^1, 0) + (1-\lambda)C(0, y_2^2) \geqq C(\lambda y_1^1, (1-\lambda)y_2^2) \tag{2}$$

であれば、$C(y_1^1, 0)$と$C(0, y_2^2)$の間にトランスーレイ凸性が存在するという。

図1　トランスーレイ凸性



これは図１に示すように、y_1^1、y_2^2 の加重平均の組合せの生産費用曲面（この場合、二財モデルだから y_1^1 と y_2^2 を結ぶ生産費用曲線となる。）$C(\lambda y_1^1, (1-\lambda) y_2^2)$ が $Y_1^1 OY_2^2$ 平面に対して凸であることを示している。一般的にはトランスーレイ凸性の定義は図１の例でいえば(2)式のように y_1^1 と y_2^2 を結ぶ生産費用曲線全域にわたってなされるべきものではなく、その一部が凸であればよいという緩やかな形で定義される。しかしここでは【定義４】の形をとる。ただしトランスーレイ凸性は【定義４】でいえば $C(y_1^1, 0)$ と $C(0, y_2^2)$ のあいだの局所的な性質であることに注意すべきであろう。また、以下でトランスーレイ凸性の成立する平面を超平面と呼ぼう。

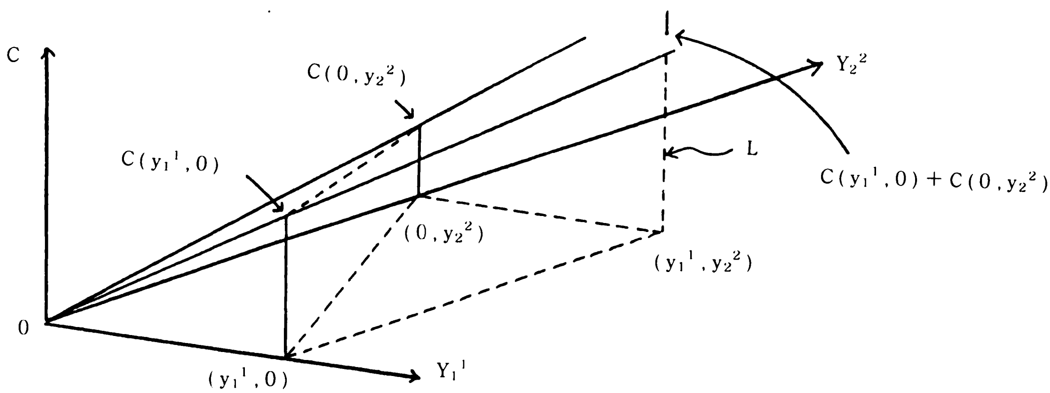
【定義５】　範囲の経済

先ほど定義したＮ種類の生産物の集合 $Y=(y_1, \ldots, y_N)$ の直和分割 (partition) を $\{T_1, \ldots T_K\}$ とする。ここで $T_r \cap T_s = \phi$, $(r \neq s)$、かつ $\bigcup_{p=1}^{k} T_p = (y_1, \ldots, y_N)$、$k > 1$ である。

このとき　$$C(Y) \leqq \sum_{p=1}^{k} C(y_{Tp}) \qquad \left(Y = \sum_{p=1}^{k} y_{Tp}\right) \tag{3}$$

が成立するとすれば、$\{T_1, \ldots, T_k\}$ に関する範囲の経済が成立するという。
これを二財モデルで説明すれば次のような図を描くことができる。

図２　二財モデルの範囲の経済の例



この概念は以下のようなものである。図２に示すように第１企業での生産量 $(y_1^1, 0)$、第２企業での生産量 $(0, y_2^2)$ とし、そのときの総費用がそれぞれ $C(y_1^1, 0)$、$C(0, y_2^2)$ とする。また、どちらかの企業が独占企業として生産量 (y_1^1, y_2^2) を生産するときの総費用関数は $C(y_1^1, y_2^2)$ である。この $C(y_1^1, y_2^2)$ は平面 $Y_1^1 OY_2^2$ 上の (y_1^1, y_2^2) から、この平面上に垂直に立っている線分Ｌ上の一点で表される。さらに、原点Ｏと $C(y_1^1, 0)$、$C(0, y_2^2)$ で張られる半平面は a, b を任意の定数として $C = aC(y_1^1, 0) + bC(0, y_2^2)$ と表されるから、この半平面と線分Ｌとの交点が $C(y_1^1, 0) + C(0, y_2^2)$ である。この $C(y_1^1, 0) + C(0, y_2^2)$ と $C(y_1^1, y_2^2)$ とを比較して

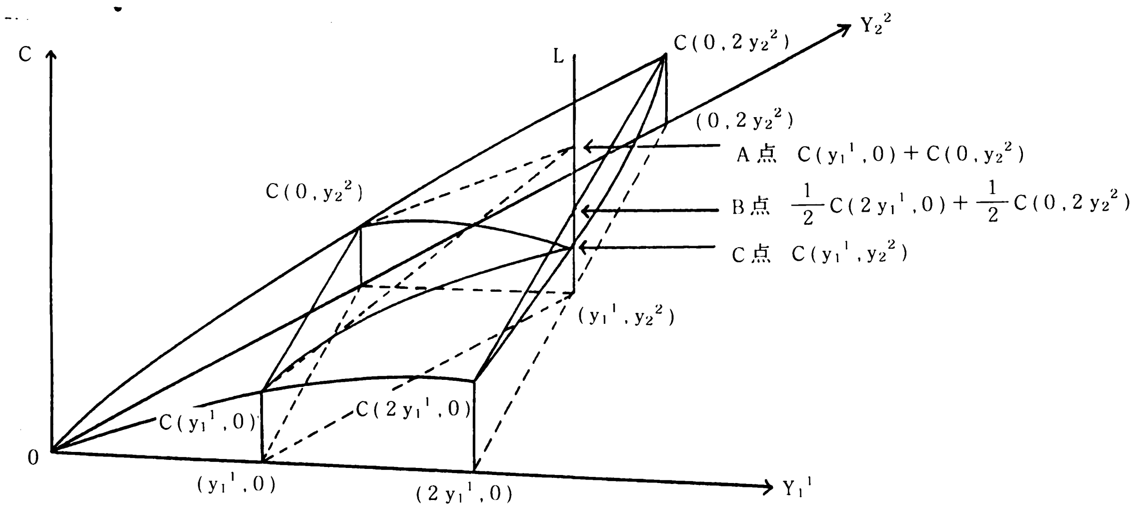
$$C(y_1^1, 0) + C(0, y_2^2) \geqq C(y_1^1, y_2^2) \tag{4}$$

であれば、範囲の経済が成立することとなる。

(2) 総費用曲面の形状と横断面

これらの平均増分費用の逓減性とトランスーレイ凸性と範囲の経済を一つの図で示すと図3のようになる。これは図2の中にトランスーレイ凸性と費用逓減している平均増分費用を付け加えたものである。A点は図2と同様に原点OとC$(y_1^1, 0)$とC$(0, y_2^2)$の三点で張られる半平面上にあり、同時に(y_1^1, y_2^2)を足とするY_1OY_2面に垂直な線分L上にある。したがってA点の座標はC$(y_1^1, 0)$+C$(0, y_2^2)$で表される。B点はA点と同じく(y_1^1, y_2^2)を足とするY_1OY_2面に垂直な線分L上にあるが、原点OとC$(y_1^1, 0)$とC$(0, y_2^2)$の三点で張られる半平面上にはない。それは点C$(2y_1^1, 0)$とC$(0, 2y_2^2)$とを結んだ線上にある。したがってB点の座標は$1/2\{C(2y_1^1, 0)+C(0, 2y_2^2)\}$で表される。さらにC点は総費用曲面上にあり、かつ線分L上にあるため、その座標はC(y_1^1, y_2^2)である。

図3　範囲の経済とトランスーレイ凸性と平均増分費用



平均増分費用の逓減性とトランスーレイ凸性と範囲の経済が同時に存在するときのA, B, Cの三点の大小関係はすでに検討した（拙稿(1991b)）。本稿での興味は、トランスーレイ凸性を検討するべき超平面上におけるA, B, Cの三点の位置関係と、平均増分費用の逓減性とトランスーレイ凸性と範囲の経済の三つの性質との関係、及びそのときの劣加法性の成立の可能性である。

［補題1］　費用関数C(·)が、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1^1, 2y_2^2)$の領域で平均増分費用の逓減性とトランスーレイ凸性を仮定しうるとすれば、$A \geqq B \geqq C$である。

（証明）

費用関数C(·)が、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1^1, 2y_2^2)$の領域で平均増分費用の逓減性を仮定しうるとすれば、単一生産物の平均費用関数の逓減性も仮定しうる。故に単一生産物の平均費用関数の逓減性を用いて次式を得る。

$$\frac{2C(y_1{}^1,0)}{2y_1{}^1} \geqq \frac{C(2y_1{}^1,0)}{2y_1{}^1} \tag{5}$$

次に、この両辺にλを乗じると次式が得られる。λは$0 \leqq \lambda \leqq 1$の定数である。

$$2\lambda C(y_1{}^1,0) \geqq \lambda C(2y_1{}^1,0)$$

$y_2{}^2$についても同様にして次式が得られる。

$$2\lambda C(y_1{}^1,0)+2(1-\lambda)C(0,y_2{}^2) \geqq \lambda C(2y_1{}^1,0)+(1-\lambda)C(0,2y_2{}^2) \tag{6}$$

ここで$\lambda=1/2$を代入すると

$$C(y_1{}^1,0)+C(0,y_2{}^2) \geqq 1/2\{C(2y_1{}^1,0)+C(0,2y_2{}^2)\} \tag{7}$$

これで$A \geqq B$が証明される。

さらに、$0<C(\cdot) \leqq C(2y_1{}^1,2y_2{}^2)$の領域でトランスーレイ凸性を仮定しうるとすれば、$C(2y_1{}^1,0)$と$C(0,2y_2{}^2)$の間にもトランスーレイ凸性が仮定できるはずである。そこで(2)式において$y_1{}^1 \to 2y_1{}^1$、$y_2{}^2 \to 2y_2{}^2$とおきかえると

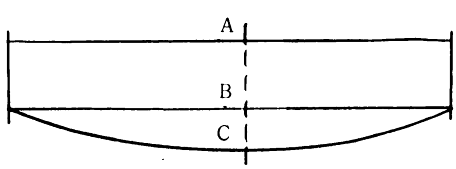
$$\lambda C(2y_1{}^1,0)+(1-\lambda)C(0,2y_2{}^2) \geqq C(2\lambda y_1{}^1,2(1-\lambda)y_2{}^2) \tag{8}$$

ここで$\lambda=1/2$を代入すると$B \geqq C$が証明される。またこのとき明らかに$A \geqq C$であるから、$C(y_1{}^1,0)$と$C(0,y_2{}^2)$と$C(y_1{}^1,y_2{}^2)$の間に範囲の経済も成立する。 QED

このときA,B,C,の関係は次の(9)式のようになり、トランスーレイ凸性を検討するべき超平面上においてA,B,C,の関係は次の図のようになる。

$$\begin{aligned}2\lambda C(y_1{}^1,0)+2(1-\lambda)C(0,y_2{}^2) &\geqq \lambda C(2y_1{}^1,0)+(1-\lambda)C(0,2y_2{}^2)\\ &\geqq C(2\lambda y_1{}^1,2(1-\lambda)y_2{}^2)\end{aligned} \tag{9}$$

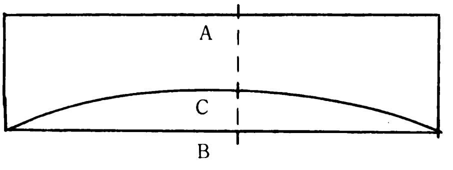
図4　超平面上のA,B,C,の関係



このとき劣加法性が成立することはすでに（拙稿(1991b)）述べた。ところでこの超平面上において、平均増分費用の逓減性とトランスーレイ凸性と範囲の経済の三つの性質を検討してみよう。この三つの性質を組み合わせると［補題1］の状況以外に以下の五つのタイプを考えることができる。

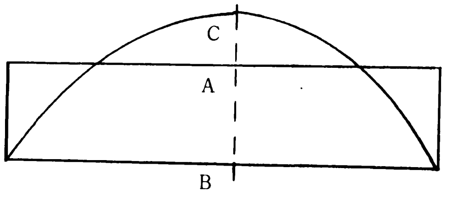
［1］　費用関数$C(\cdot)$において、$0<C(\cdot) \leqq C(2y_1{}^1,2y_2{}^2)$の領域で、平均増分費用の逓減性と範囲の経済が成立し、トランスーレイ凸性が成立しないとき、図5－1のようになる。

図5－1



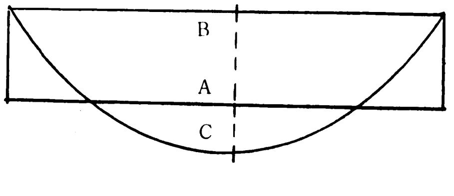
[2]　費用関数C(·)において、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1{}^1, 2y_2{}^2)$ の領域で、平均増分費用の逓減性のみが成立し、トランスーレイ凸性は成立しない。また、範囲の経済が成立するときもしないときもある。このとき図5－2のようになる。

図5－2



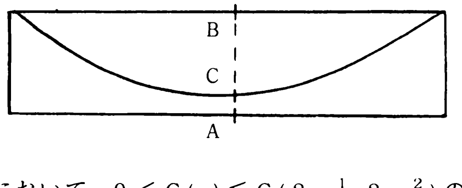
[3]　費用関数C(·)において、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1{}^1, 2y_2{}^2)$ の領域で、トランスーレイ凸性のみが成立し、平均増分費用の逓減性は成立しない。また、範囲の経済は成立するときもしないときもある。このとき図5－3のようになる。

図5－3



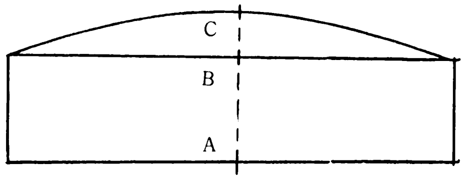
[4]　費用関数C(·)において、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1{}^1, 2y_2{}^2)$ の領域で、トランスーレイ凸性のみが成立し、平均増分費用の逓減性も、範囲の経済も成立しないとき、図5－4のようになる。

図5－4



[5]　費用関数C(·)において、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1{}^1, 2y_2{}^2)$ の領域で、トランスーレイ凸性も、平均増分費用の逓減性も、範囲の経済も成立しないとき、図5－5のようになる。

図5－5



3．劣加法性との関係

これら[1]から[5]の各ケースの場合、劣加法性は成立するのだろうか。本節ではトランスーレイ凸性と平均増分費用の逓減性と範囲の経済の三つの性質を[1]から[5]のように様々に組み合わせたケースと、劣加法性との関係を検討してみよう。

[補題2] [1]のケースの場合、すなわち、費用関数 $C(\cdot)$ において、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1^1, 2y_2^2)$ の領域で、平均増分費用の逓減性と範囲の経済が成立し、トランスーレイ凸性が成立しないとき(図5-1)、超平面上での劣加法性は成立する。しかし一般に劣加法性は成立するかどうかはわからない。

[2]のケースの場合、すなわち、費用関数 $C(\cdot)$ において、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1^1, 2y_2^2)$ の領域で、平均増分費用の逓減性のみが成立し、トランスーレイ凸性は成立しない。また、範囲の経済が成立するときもしないときもある(図5-2)。このとき、範囲の経済が成立するところで超平面上での劣加法性が成立する。しかし一般には劣加法性は成立するかどうかはわからない。

[3]のケースの場合、すなわち、費用関数 $C(\cdot)$ において、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1^1, 2y_2^2)$ の領域で、トランスーレイ凸性のみが成立し、平均増分費用の逓減性は成立しない。また、範囲の経済は成立するときもしないときもある(図5-3)。このとき範囲の経済が成立するところで劣加法性が成立するかどうかはわからない。また範囲の経済が成立しないところでは劣加法性は成立しない。

[4]のケースの場合、すなわち、費用関数 $C(\cdot)$ において、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1^1, 2y_2^2)$ の領域で、トランスーレイ凸性のみが成立し、平均増分費用の逓減性も、範囲の経済も成立しないとき(図5-4)、劣加法性は成立しない。

[5]のケースの場合、すなわち、費用関数 $C(\cdot)$ において、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1^1, 2y_2^2)$ の領域で、トランスーレイ凸性も、平均増分費用の逓減性も、範囲の経済も成立しないとき(図5-5)、劣加法性は成立するかどうかはわからない。

(証明)

[1]のケースの場合、(9)式の関係は次のようになる。

$$2\lambda C(y_1^1, 0) + 2(1-\lambda)C(0, y_2^2) \geqq C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda)y_2^2)$$
$$\geqq \lambda C(2y_1^1, 0) + (1-\lambda)C(0, 2y_2^2) \qquad (9\text{-}1)$$

(9-1)式の中央の項と右辺より

$$C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda)y_2^2) \geqq \lambda C(2y_1^1, 0) + (1-\lambda)C(0, 2y_2^2)$$

同様にして

$$C(2(1-\lambda)y_1{}^1, 2\lambda y_2{}^2) \geqq (1-\lambda)C(2y_1{}^1, 0) + \lambda C(0, 2y_2{}^2)$$

両式を辺辺加えて

$$C(2\lambda y_1{}^1, 2(1-\lambda)y_2{}^2) + C(2(1-\lambda)y_1{}^1, 2\lambda y_2{}^2) \geqq C(2y_1{}^1, 0) + C(0, 2y_2{}^2)$$

さらに範囲の経済が成立するから

$$\begin{aligned} C(2\lambda y_1{}^1, 2(1-\lambda)y_2{}^2) + C(2(1-\lambda)y_1{}^1, 2\lambda y_2{}^2) &\geqq C(2y_1{}^1, 0) + C(0, 2y_2{}^2) \\ &\geqq C(2y_1{}^1, 2y_2{}^2) \end{aligned}$$

これより次式がえられ、これは<u>超平面上の劣加法性</u>を示している。

$$C(2\lambda y_1{}^1, 2(1-\lambda)y_2{}^2) + C(2(1-\lambda)y_1{}^1, 2\lambda y_2{}^2) \geqq C(2y_1{}^1, 2y_2{}^2) \qquad (9\text{-}6)$$

一般に劣加法性が成立するかどうかは(9-6)式においてλの一つをλ'に変更する必要がある(原則的に$\lambda \neq \lambda'$)。すると(9-6)式の左辺は次のようになる。

$$C(2\lambda y_1{}^1, 2(1-\lambda')y_2{}^2) + C(2(1-\lambda)y_1{}^1, 2\lambda' y_2{}^2)$$

トランスーレイ凸性が成立しないから(註)

$$C(2\lambda y_1{}^1, 2(1-\lambda')y_2{}^2) \geqq 1/2\ \{C(4\lambda y_1{}^1, 0) + C(0, 4(1-\lambda')y_2{}^2)\}$$
$$C(2(1-\lambda)y_1{}^1, 2\lambda' y_2{}^2) \geqq 1/2\ \{C(4(1-\lambda)y_1{}^1, 0) + C(0, 4\lambda' y_2{}^2)\}$$

辺辺加えて

$$\begin{aligned} &C(2\lambda y_1{}^1, 2(1-\lambda')y_2{}^2) + C(2(1-\lambda)y_1{}^1, 2\lambda' y_2{}^2) \geqq \\ &1/2\ \{C(4\lambda y_1{}^1, 0) + C(0, 4(1-\lambda')y_2{}^2) + C(4(1-\lambda)y_1{}^1, 0) + C(0, 4\lambda' y_2{}^2)\} \end{aligned}$$

ところで平均増分費用の逓減性の仮定と範囲の経済から次式がえられる。

$$\begin{aligned} &C(2y_1{}^1, 0) + C(0, 2y_2{}^2) \geqq \\ &1/2\ \{C(4\lambda y_1{}^1, 0) + C(0, 4(1-\lambda')y_2{}^2) + C(4(1-\lambda)y_1{}^1, 0) + C(0, 4\lambda' y_2{}^2)\} \\ &C(2y_1{}^1, 0) + C(0, 2y_2{}^2) \geqq C(2y_1{}^1, 2y_2{}^2) \end{aligned}$$

しかし$C(2\lambda y_1{}^1, 2(1-\lambda')y_2{}^2) + C(2(1-\lambda)y_1{}^1, 2\lambda' y_2{}^2)$と$C(2y_1{}^1, 2y_2{}^2)$の大小関係はあきらかではなく、一般的には必ずしも劣加法性が成立するかどうかはわからない。
[2]のケースの場合、(9)式の関係は次のようになる。
範囲の経済が成立するとき

$$\begin{aligned} 2\lambda C(y_1{}^1, 0) + 2(1-\lambda)C(0, y_2{}^2) &\geqq C(2\lambda y_1{}^1, 2(1-\lambda)y_2{}^2) \\ &\geqq \lambda C(2y_1{}^1, 0) + (1-\lambda)C(0, 2y_2{}^2) \quad (9\text{-}1) \end{aligned}$$

このとき[1]のケースと同様だから<u>超平面上の劣加法性</u>は成立するが、一般的には必ずしも劣加法性が成立するかどうかはわからない。

範囲の経済が成立しないとき

$$C(2\lambda y_1^{1}, 2(1-\lambda)y_2^{2}) \geqq 2\lambda C(y_1^{1}, 0) + 2(1-\lambda)C(0, y_2^{2})$$
$$\geqq \lambda C(2y_1^{1}, 0) + (1-\lambda)C(0, 2y_2^{2}) \qquad (9\text{-}2)$$

同様にして

$$C(2(1-\lambda)y_1^{1}, 2\lambda y_2^{2}) \geqq 2(1-\lambda)C(y_1^{1}, 0) + 2\lambda C(0, y_2^{2})$$
$$\geqq (1-\lambda)C(2y_1^{1}, 0) + \lambda C(0, 2y_2^{2})$$

両式を辺辺加えて

$$C(2\lambda y_1^{1}, 2(1-\lambda)y_2^{2}) + C(2(1-\lambda)y_1^{1}, 2\lambda y_2^{2}) \geqq 2C(y_1^{1}, 0) + 2C(0, y_2^{2})$$
$$\geqq C(2y_1^{1}, 0) + C(0, 2y_2^{2})$$

ところで範囲の経済が成立しないから

$C(y_1^{1}, y_2^{2}) \geqq C(y_1^{1}, 0) + C(0, y_2^{2})$かつ$C(2y_1^{1}, 2y_2^{2}) \geqq C(2y_1^{1}, 0) + C(0, 2y_2^{2})$であり、$C(2\lambda y_1^{1}, 2(1-\lambda)y_2^{2}) + C(2(1-\lambda)y_1^{1}, 2\lambda y_2^{2})$と$C(2y_1^{1}, 2y_2^{2})$の大小関係はわからない。もちろん$C(2\lambda y_1^{1}, 2(1-\lambda')y_2^{2}) + C(2(1-\lambda)y_1^{1}, 2\lambda' y_2^{2})$と$C(2y_1^{1}, 2y_2^{2})$の大小関係もわからない。すなわち劣加法性は成立するかどうかはわからない。

[3]のケースの場合、(9)式の関係は次のようになる。

範囲の経済が成立するとき

$$\lambda C(2y_1^{1}, 0) + (1-\lambda)C(0, 2y_2^{2}) \geqq 2\lambda C(y_1^{1}, 0) + 2(1-\lambda)C(0, y_2^{2})$$
$$\geqq C(2\lambda y_1^{1}, 2(1-\lambda)y_2^{2}) \qquad (9\text{-}3)$$

同様にして

$$(1-\lambda)C(2y_1^{1}, 0) + \lambda C(0, 2y_2^{2}) \geqq 2(1-\lambda)C(y_1^{1}, 0) + 2\lambda C(0, y_2^{2})$$
$$\geqq C(2(1-\lambda)y_1^{1}, 2\lambda y_2^{2})$$

辺辺加えて

$$C(2y_1^{1}, 0) + C(0, 2y_2^{2}) \geqq 2C(y_1^{1}, 0) + 2C(0, y_2^{2})$$
$$\geqq C(2\lambda y_1^{1}, 2(1-\lambda)y_2^{2}) + C(2(1-\lambda)y_1^{1}, 2\lambda y_2^{2})$$

ところで範囲の経済が成立するから

$C(2y_1^{1}, 0) + C(0, 2y_2^{2}) \geqq C(2y_1^{1}, 2y_2^{2})$かつ$C(y_1^{1}, 0) + C(0, y_2^{2}) \geqq C(y_1^{1}, y_2^{2})$であり、$C(2\lambda y_1^{1}, 2(1-\lambda)y_2^{2}) + C(2(1-\lambda)y_1^{1}, 2\lambda y_2^{2})$と$C(2y_1^{1}, 2y_2^{2})$の大小関係はわからない。もちろん$C(2\lambda y_1^{1}, 2(1-\lambda')y_2^{2}) + C(2(1-\lambda)y_2^{2}, 2\lambda' y_2^{2})$と$C(2y_1^{1}, 2y_2^{2})$の大小関係もわからない。すなわち劣加法性は成立するかどうかはわからない。

範囲の経済が成立しないとき

$$\lambda C(2y_1^1, 0) + (1-\lambda)C(0, 2y_2^2) \geqq C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda)y_2^2)$$
$$\geqq 2\lambda C(y_1^1, 0) + 2(1-\lambda)C(0, y_2^2) \quad \text{(9-4)}$$

同様にして

$$(1-\lambda)C(2y_1^1, 0) + \lambda C(0, 2y_2^2) \geqq C(2(1-\lambda)y_1^1, 2\lambda y_2^2)$$
$$\geqq 2(1-\lambda)C(y_1^1, 0) + 2\lambda C(0, y_2^2)$$

辺辺加えて

$$C(2y_1^1, 0) + C(0, 2y_2^2) \geqq C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda)y_2^2) + C(2(1-\lambda)y_1^1, 2\lambda y_2^2)$$
$$\geqq 2C(y_1^1, 0) + 2C(0, y_2^2)$$

ところで範囲の経済が成立しないから

$$C(2y_1^1, 2y_2^2) \geqq C(2y_1^1, 0) + C(0, 2y_2^2)$$
$$\geqq C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda)y_2^2) + C(2(1-\lambda)y_1^1, 2\lambda y_2^2)$$

となり、劣加法性は成立しない。
[4]のケースの場合、(9)式の関係は次のようになる。

$$\lambda C(2y_1^1, 0) + (1-\lambda)C(0, 2y_2^2) \geqq C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda)y_2^2)$$
$$\geqq 2\lambda C(y_1^1, 0) + 2(1-\lambda)C(0, y_2^2) \quad \text{(9-4)}$$

これは[3]のケースの場合の範囲の経済が成立しないときと同様になるから、劣加法性はまったく成立しない。
[5]のケースの場合、(9)式の関係は次のようになる。

$$C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda)y_2^2) \geqq \lambda C(2y_1^1, 0) + (1-\lambda)C(0, 2y_2^2)$$
$$\geqq 2\lambda C(y_1^1, 0) + 2(1-\lambda)C(0, y_2^2) \quad \text{(9-5)}$$

同様にして

$$C(2(1-\lambda)y_1^1, 2\lambda y_2^2) \geqq (1-\lambda)C(2y_1^1, 0) + \lambda C(0, 2y_2^2)$$
$$\geqq 2(1-\lambda)C(y_1^1, 0) + 2\lambda C(0, y_2^2)$$

辺辺加えて

$$C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda)y_2^2) + C(2(1-\lambda)y_1^1, 2\lambda y_2^2) \geqq C(2y_1^1, 0) + C(0, 2y_2^2)$$
$$\geqq 2C(y_1^1 0) + 2C(0, y_2^2)$$

ところで範囲の経済が成立しないから
$C(2y_1^1, 2y_2^2) \geqq C(2y_1^1, 0) + C(0, 2y_2^2)$かつ$C(y_1^1, y_2^2) \geqq C(y_1^1, 0) + C(0, y_2^2)$であり、$C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda)y_2^2) + C(2(1-\lambda)y_1^1, 2\lambda y_2^2)$と$C(2y_2^2, 2y_2^2)$の大小関係はわからない。もちろん$C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda')y_2^2) + C(2(1-\lambda)y_1^1, 2\lambda' y_2^2)$と$C(2y_1^1, 2y_2^2)$の大小関係もわからない。すなわち劣加法性は成立するかどうかは

わからない。 QED

以上から判別すると、上の[1]－[5]のケースのうち、平均増分費用の逓減性と範囲の経済とトランスーレイ凸性と、劣加法性との関係は次のようにまとめることができる。

[定理1] ① 費用関数$C(\cdot)$において、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1^1, 2y_2^2)$の領域で、平均増分費用の逓減性と、範囲の経済とが成立し、トランスーレイ凸性が成立しないとき([1]のケースの場合、及び[2]のケースの場合の一部、すなわち図5-1あるいは図5-2の一部（範囲の経済が成立する部分))、(9)式の関係は次のように変形される。

$$2\lambda C(y_1^1, 0) + 2(1-\lambda)C(0, y_2^2) \geqq C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda)y_2^2) \geqq \lambda C(2y_1^1, 0) + (1-\lambda)C(0, 2y_2^2) \quad (9\text{-}1)$$

このとき、次の(9-6)式で表現される超平面上での劣加法性は成立するが、一般に劣加法性は成立するかどうかはわからない。

$$C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda)y_2^2) + C(2(1-\lambda)y_1^1, 2\lambda y_2^2) \geqq C(2y_1^1, 2y_2^2) \quad (9\text{-}6)$$

② 費用関数$C(\cdot)$において、$0 < C(\cdot) \leqq C(2y_1^1, 2y_2^2)$の領域で、その他の条件のときには劣加法性の成立を説明できない。

（証明）

[補題2] よりあきらか。 QED

ところで［定理1］の①のケースでは、超平面上での劣加法性が成立しさえすれば、$C(y_1^1, 0)$と$C(0, y_2^2)$の位置を任意に動かすことによって、超平面上での劣加法性を一般の劣加法性に拡張することは可能であるようにみえる。しかし一般の劣加法性の定義は(1)式で表現されるべきものであり、(1)式をベクトル表示すると次式で表される。

$$C(ay) + C((I-a)y) \geqq C(y) \quad (1)'$$

ただしここで、yは非負の列ベクトル、aはすべての要素が1より小さい非負の行ベクトルであり、その値は任意である。また、Iは要素がすべて1の行ベクトルである。ところで(1)'式のベクトル表示の劣加法性で考えると、［定理1］の①のケースで成立する超平面上での劣加法性は、すべての要素が1より小さい非負の行ベクトルaの要素にたいして一定の制約が加わっている。それはベクトルaの各要素の和が1に等しいというものである。すなわち(1)式と(9-6)式を比較しうるように書き変えると以下のようになる。ただしここで原則的に$\lambda \neq \lambda'$である。

$$C(\lambda y_1^1, (1-\lambda')y_2^2) + C((1-\lambda)y_1^1, \lambda' y_2^2) \geqq C(y_1^1, y_2^2) \quad (1)''$$

$$C(\lambda y_1^1, (1-\lambda)y_2^2) + C((1-\lambda)y_1^1, \lambda y_2^2) \geqq C(y_1^1, y_2^2) \quad (9\text{-}6)'$$

これでわかるように明らかに(9-6)'式は(1)"式の特定のケースであり、一般性が損なわれている。

この意味で［定理1］の①のケース、すなわち超平面上での劣加法性のみを導くケースは劣加法性の証明としては一般性が欠けるといわねばならない。Baumol 等はこの落し穴に落

ちいったのであろう（拙稿（1991 a）参照）。

4．むすび

本稿では、二財モデルを用いて多数財生産における劣加法性と、平均増分費用の逓減性とトランスーレイ凸性と範囲の経済との関係を検討した。筆者はすでに Baumol 等が1982年に行なった劣加法性の証明が一般的でないことを証明し（拙稿（1991 a））、さらに Contestable 理論で一般に用いられる道具だて以外のアドホックな仮定をいっさい用いない方法で、二財モデルにおける多数財生産の劣加法性を平均増分費用の逓減性とトランスーレイ凸性から証明した（拙稿（1991 b））。小稿は前二稿の補完の役目を果たすものである。劣加法性は費用曲面の全域にわたる性質であり、コスト補完性と密接な関係にある。もちろんコスト補完性条件を仮定してやると劣加法性は簡単に得られる。しかし、コスト補完性条件よりもはるかに緩い条件である範囲の経済を仮定して、これを費用曲面全域にわたって動かしてやると平均増分費用の逓減性の仮定を援用することによって、<u>超平面上の劣加法性</u>を得ることがわかった。

（註）

$C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda')y_2^2)$ は k をパラメーターとして $C(k4\lambda y_1^1, (1-k)4(1-\lambda')y_2^2)$ として、$k=1/2$ とおいたときの値だからトランスーレイ凸性が成立しないとすれば次式がえられる。

$$C(k4\lambda y_1^1, (1-k)4(1-\lambda')y_2^2 \geqq kC(4\lambda y_1^1, 0)+(1-k)C(0, 4(1-\lambda')y_2^2)$$

ここで $k=1/2$ を代入すると次式がえられる。

$$C(2\lambda y_1^1, 2(1-\lambda')y_2^2) \geqq 1/2\ \{C(4\lambda y_1^1, 0)+C(0, 4(1-\lambda')y_2^2)\}$$

もう一つの式も同様にしてえられる。

〈参考文献〉

[1] Baumol, W. J. (1986) <u>Microtheory</u>, Wheatsheaf Books, 1986

[2] ibid. (1988) <u>Contestable Markets and the Theory of Industry Structure</u>, Revised Edition, Harcourt Brace Javanovich, 1988

[3] Baumol, W.J. and R.D.Willig (1981) "Fixed Costs, Sunk Costs, Entry Barriers and Sustainability of Monopoly", Quarterly Journal of Economics, 96, 1981, pp. 405–431

[4] Brock, W.A. (1983) "Contestable Market and the Theory of Industry Structure: A Review Article", Journal of Political Economy, 91, Dec., 1983, pp. 1055–1066

[5] de Jong, H.W. and W.G.Shepherd, eds. (1986) <u>MainStreams in Industrial Organization</u>, Kluwer Academic Publishers, 1986.

[6] Kinugasa, Tatsuo(1990) "Proof of Subadditivity, Re-consider", mimeo., Osaka Sangyo University, 1990

[7] ibid. (1991) "Another Method to Proof the Subadditivity", mimeo., Osaka Sangyo University, 1991

[8] Panzar, J. C. (1989) "Technological Dterminants of Firm and Industry Structure", in Schmalensee, R. and R. D. Willig eds., <u>HandBook of Industrial Organization</u>, vol. 1, 1989, pp. 3–59

[9] Schwartz, M. (1986) "The Nature and Scope of Contestability Theory", Oxford Economic Papers, Nov. 1986, pp. 37–57

[10] Sharkey, W. W. (1982) The Theory of Natural Monopoly, Cambride University Press, 1982

[11] Shepherd, W. G. (1986) "On the Core Concept of Industrial Economics", in de Jong/Shepherd. eds.[5], (1986), pp.23-67

[12] Spence, A. M. (1983) "Contestable Market and the Theory of Industory Structure : A Review Article-",Journal of Economic Literature, Sept. 1983, pp. 981–990

[13] Spulber, D. F. (1984) "Scale Economies and Existence of Sustainable Monopoly Prices", Journal of Economic Theory, 34, Feb. 1984, pp. 149–163

[14] 拙 稿 (1988) "公企業・公益事業における差別価格についての一考察" 「公益事業研究」39巻2号 ,1988, pp.29-50, 公益事業学会

[15] 拙 稿 (1990a) "Contestable Market の理論にもとづく自然独占形態を満足する総費用関数の一般解について" 「公益事業研究」41巻 3 号, 1990, pp.49-83, 公益事業学会

[16] 拙 稿 (1990b) "Contestable 理論における範囲の経済と劣加法性について" 「大阪産業大学産業研究所所報」13号, 1990, pp.125-138, 大阪産業大学

[17] 拙 稿 (1991a) "Baumol et al.による劣加法性の証明についての再検討"「大阪産業大学論集社会科学編」82号(経済学部完成記念号), pp.27-39, 1991, 大阪産業大学

[18] 拙 稿 (1991b) "多数財生産の劣加法性について" 「公益事業研究」42巻2号, 1991, pp.81-98, 公益事業学会